

**Zakład Sztucznej Inteligencji i Automatów**

**Laboratorium  
„Logika Układów Cyfrowych”**

**Ćwiczenie laboratoryjne nr 204**

**Temat ćwiczenia:**

**Hardware’owa implementacja automatu  
skończonego pełniącego funkcję automatu  
niedeterministycznego „NFA with  $\xi$  - moves”  
(akceptującego dany język regularny)**

**Opracował ćwiczenie:  
Prof. dr hab. inż. Jan Kazimierczak**

**Instytut Cybernetyki Technicznej  
Politechniki Wrocławskiej**

## 1. Wiadomości podstawowe

Automaty skończone niedeterministyczne bez wyjścia odgrywają bardzo istotną rolę w teorii języków formalnych i w problemach akceptacji tych języków przez komputer. Mianowicie automat skończony niedeterministyczny jest modelem matematycznym działania układu fizycznego akceptującego słowa języka formalnego generowanego przez gramatykę bezkontekstową regularną. Automat ten można zrealizować jako program na komputer lub jako odpowiedni układ sekwencyjny. Automat skończony niedeterministyczny charakteryzuje się tym, że posiada co najmniej jeden taki stan wewnętrzny, przy którym dla danego sygnału wejściowego istnieją co najmniej dwa różne przejścia do następných stanów. W literaturze automat skończony niedeterministyczny przyjęto oznaczać - zgodnie z terminologią języka angielskiego - symbolem NFA (gdzie NFA oznacza Non-deterministic Finite Automaton).

W ujęciu formalnym automat skończony niedeterministyczny bez wyjścia definiowany jest jako następująca "piątka"

$$\langle Z, Q, \delta, q_0, F \rangle \quad (1)$$

gdzie:

Z jest alfabetem wejściowym automatu - interpretowanym w zależności od implementacji, również jako zbiór skończony symboli wejściowych lub zbiór skończony sygnałów wejściowych automatu,

$$Z = \{z_1, z_2, \dots, z_n\}$$

Q jest zbiorem skończonym stanów wewnętrznych automatu,

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, \dots, q_n\}$$

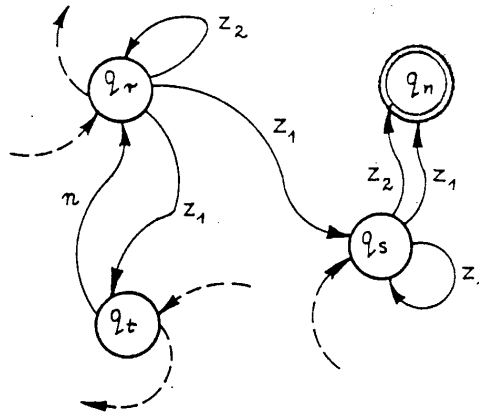
$\delta$  jest funkcją przejść automatu

$$\delta[q(t), z(t)] = \{q_{i_1}(t+1), q_{i_2}(t+1), \dots, q_{i_l}(t+1)\}$$

$q_0$  jest stanem początkowym automatu,  $q_0 \in Q$  ;

$F$  jest zbiorem stanów końcowych automatu  $F \subseteq Q$ .

Najbardziej komunikatywną formą interpretacji działania automatu skończonego jest graf automatu nazywany również grafem przejść (z jęz. angielskiego "transition diagram"). Graf automatu reprezentuje sobą funkcję przejść automatu. Przykładowy fragment grafu automatu niedeterministycznego NFA przedstawiony został na rys.1.



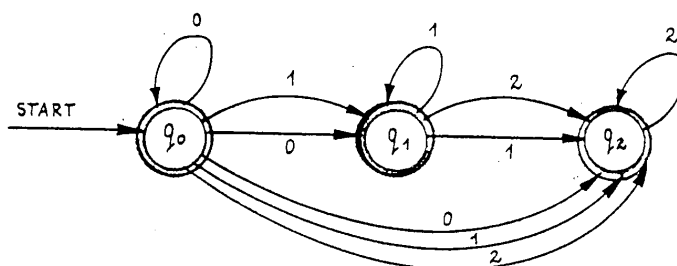
Rys. 1. Fragment grafu automatu niedeterministycznego bez wyjścia.

Na rys. 1. pokazano, (że rozpatrywany automat NFA znajdując się w stanie  $q_r$  może przejść pod wpływem jednego i tego samego sygnału  $z_1$  do stanu  $q_s$  lub  $q_t$ ).

Jak już to nadmieniono wyżej, dany automat NFA akceptuje tylko słowa określonego języka formalnego, oznacza to, że NFA akceptuje tylko określone słowa zbudowane z symboli alfabetu wejściowego automatu. Symbolami alfabetu wejściowego mogą być litery przynależne do alfabetu określonego języka naturalnego (np. jęz. angielskiego lub jęz. greckiego) lub słowa zawarte w słowniku danego języka naturalnego lub języka programowania lub też innego

języka, którego alfabet jest zbiorem określonych ciągów symboli. Dane słowo podane na wejście NFA jest akceptowane przez NFA, jeżeli w grafie przejść tego automatu znajduje się co najmniej jedna taka ścieżka, opisana symbolami danego słowa, która prowadzi od wierzchołka reprezentującego stan początkowy automatu do wierzchołka reprezentującego stan końcowy automatu.

Dla przykładu rozpatrzmy automat niedeterministyczny o grafie przejść przedstawionym na rys. 2

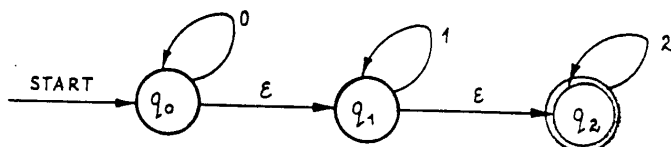


Rys. 2. Graf przejść przykładowego NFA

W automacie tym wszystkie trzy stany  $q_0$ ,  $q_1$  i  $q_2$  są stanami końcowymi, przy czym stan  $q_0$  pełni również funkcję stanu początkowego. Na wejście automatu podawane są symbole ze zbioru  $Z = \{0, 1, 2\}$ . Automat ten akceptuje następujące ciągi symboli wejściowych  $00\dots 0$ ,  $00\dots 011\dots 1$ ,  $00\dots 011\dots 122\dots 2$ ,  $11\dots 1$ ,  $11\dots 122\dots 2$ ,  $22\dots 2$ , natomiast nie akceptuje on ciągów typu  $11\dots 100\dots 0$ ,  $22\dots 200\dots 0$ ,  $22\dots 211\dots 1$ . Na przykład automat NFA o grafie przedstawionym na rys. 2. nie akceptuje słowa  $020$ , ponieważ pod wpływem sygnału "2" automat ten może przejść tylko do stanu  $q_2$ . Będąc w stanie  $q_2$  nie jest on zdolny do odebrania sygnału wejściowego "0" (z wierzchołka  $q_2$  grafu wychodzi tylko krawędź z symbolem wejściowym "2").

Przedstawiony wyżej przykładowy model automatu NFA ułatwia zrozumienie jego działania, natomiast jego praktyczna implementacja jako programu lub układu sekwencyjnego jest utrudniona. W rozważaniach teoretycznych, jak również w implementacji komputerowej

automatu niedeterministycznego jako układu akceptującego słowa danego języka formalnego posługujemy się najczęściej pojęciem automatu niedeterministycznego z tak zwanymi posunięciami "pustymi"  $\epsilon$ . W literaturze naukowej automat ten występuje pod nazwą: "NFA with  $\epsilon$  moves", Automat ten można łatwo określić na podstawie reguł gramatyki bezkontekstowej, generującej słowa danego języka formalnego. Każdy automat NFA z posunięciami "pustymi"  $\epsilon$  można przekształcić na automat NFA bez posunięć "pustych"  $\epsilon$ . Graf przejść przykładowego automatu NFA z posunięciami "pustymi"  $\epsilon$  przedstawiony został na rys. 3. Automat posiadający taki graf przejść jest ekwiwalentny automатовi NFA o grafie przejść z rys.2. W interpretacji automatu skończonego jako "czarnej skrzynki" obydwa automaty są identyczne, tzn. akceptują jeden i ten sam język.



Rys. 3. Graf przejść przykładowego automatu niedeterministycznego z posunięciami "pustymi"  $\epsilon$

Zgodnie z rys. 3 stan  $q_0$  jest stanem początkowym automatu, natomiast stan  $q_2$  jest stanem końcowym automatu. Posunięcie "puste"  $\epsilon$  zgodnie z rozpatrywanym grafem przejść reprezentuje sobą "pusty" symbol wejściowy  $\epsilon$ .

W rozpatrywanym przykładzie "pusty" symbol wejściowy  $\epsilon$  może być interpretowany jako samoczynne przejście z jednego stanu w stan

inny. To samo czynne przejście istnieje tylko dla pewnych stanów, np. w grafie przedstawionym na rys. 3 istnieje ono tylko dla  $q_0$  i  $q_1$ . Załóżmy, że na wejście rozpatrywanego automatu podawany jest symbol wejściowy "1". W stanie początkowym  $q_0$ , zgodnie z rys. 3, nie ma przejścia do stanu  $q_1$  jednakże symbol "pusty"  $\epsilon$  występujący w każdej chwili dyskretnej na wejściu automatu powoduje przejście do stanu  $q_1$ . Będąc w stanie  $q_1$  automat akceptuje zarówno symbol wejściowy "1", pod wpływem którego pozostanie on nadal w stanie  $q_1$ , jak również symbol pusty  $\epsilon$  (interpretowany jako "1") powodujący przejście do stanu  $q_2$ .

W danej chwili czasu automat może znajdować się tylko w jednym ze swoich stanów. Stąd też w rozpatrywanym przypadku może on pozostać w stanie  $q_1$  (w wyniku działania sygnału "1") lub przejść do stanu końcowego  $q_2$  w wyniku działania sygnału "pustego"  $\epsilon$ . Będąc w stanie  $q_1$  automat przejdzie pod wpływem sygnału  $\epsilon$  w stan końcowy  $q_2$ , co oznacza, że symbol wejściowy "1" został zaakceptowany przez automat.

Przyjmuje się następującą, nieformalną definicję akceptacji danego słowa wejściowego przez automat skończony typu NFA.

Def.: Dane słowo wejściowe automatu NFA jest zaakceptowane przez ten automat tylko wtedy, gdy automat znajdzie się w jednym ze swoich stanów końcowych i wszystkie litery (symbole) słowa wejściowego zostały odczytane.

Jeżeli automat NFA znajduje się w stanie końcowym a na wejściu automatu znajduje się jeszcze taka litera słowa wejściowego, dla której w stanie końcowym nie ma żadnego przejścia, słowo to nie jest akceptowane przez automat. Dla przykładu rozpatrzmy słowo wejściowe 0020. Zgodnie z grafem automatu NFA przedstawionym na

rys. 3 pod wpływem symboli 00 automat może pozostać w stanie  $q_0$ . Kolejnym symbolem wejściowym po symbolach 00 jest 2. Symbol wejściowy 2 w stanie  $q_0$  nie może być odczytywany, jednakże pod wpływem sygnału E automat przejdzie z  $q_0$  do  $q_1$  a następnie z  $q_1$  do  $q_2$ . W stanie  $q_2$  symbol wejściowy 2 jest akceptowany i automat pozostaje w stanie końcowym  $q_2$ . Ostatnim symbolem rozpatrywanego słowa wejściowego jest "0", które w stanie  $q_2$  nie może być zaakceptowane. Stąd też, zgodnie z podaną wyżej definicją akceptacji słów wejściowych przez NFA, słowo 0020 nie może być zaakceptowane przez automat o grafie z rys. 3.

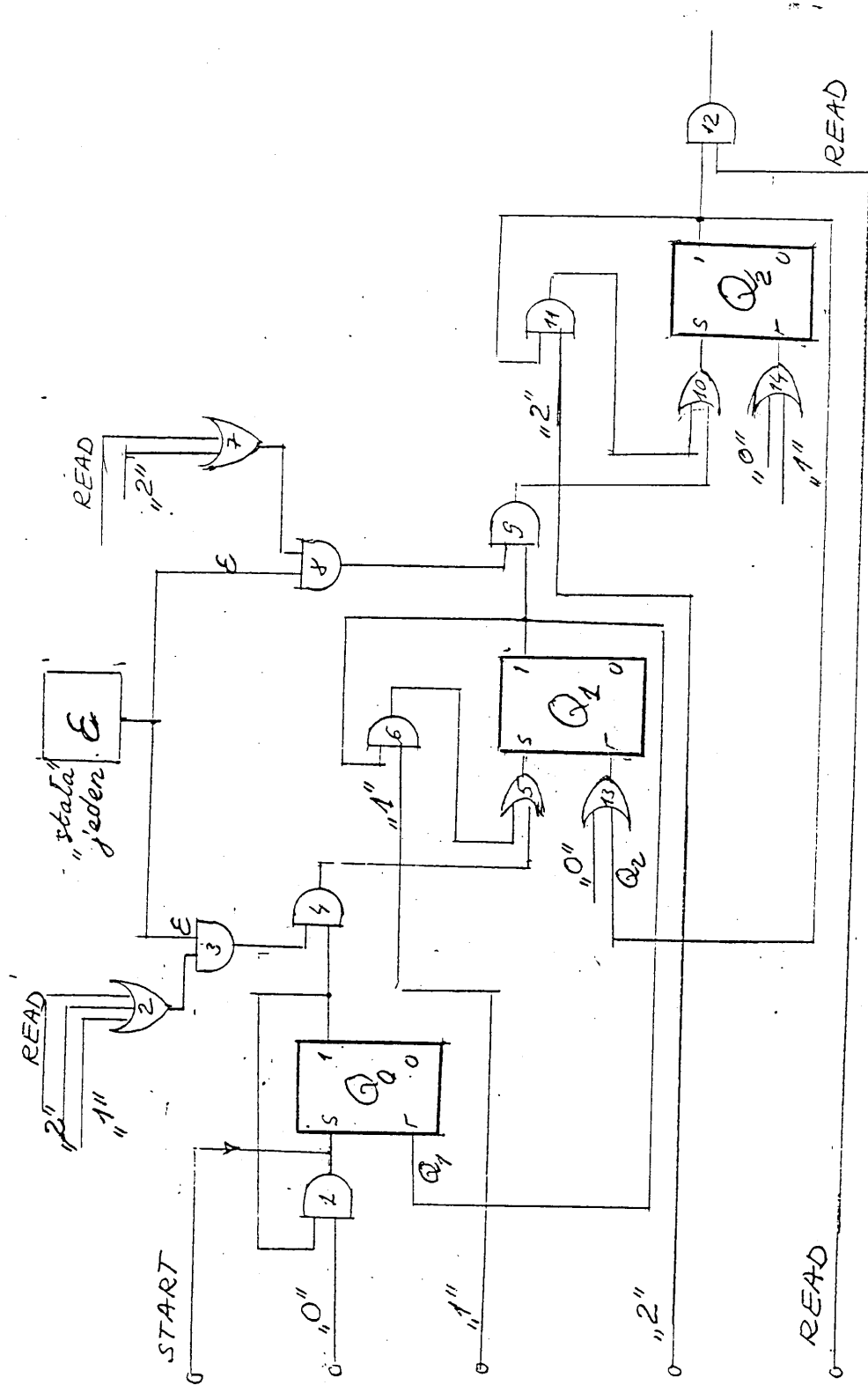
## 2. Przebieg ćwiczenia

Automat niedeterministyczny bez wyjść z pustymi przejściami "E" trudno zrealizować jako urządzenie techniczne, ponieważ brak konkretnych metod syntezy tego typu automatu. Należy jednak zwrócić uwagę na to, że automat ten zbudowany jako układ sekwencyjny powinien wykonywać funkcję akceptacji słów określonego języka regularnego. Zgodnie z podaną wcześniej definicją, automat "NFA with E-moves" akceptuje dane słowo, jeżeli w grafie przejść tego automatu istnieje co najmniej taka ścieżka - wśród innych ścieżek, która dla danego słowa wejściowego prowadzi od wierzchołka reprezentującego stan początkowy do wierzchołka reprezentującego stan końcowy. Eliminując więc z takiego grafu wszystkie takie ścieżki, które dla danego słowa akceptowanego przez automat prowadzą do nieakceptacji otrzymamy graf pewnego automatu skończonego pełniącego funkcję danego "NFA with E-moves", (w rozpatrywanym przypadku pełniącego funkcję automatu NFA o grafie z rys. 3.). Schemat ideowy

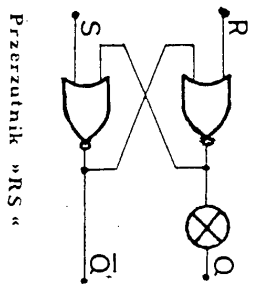
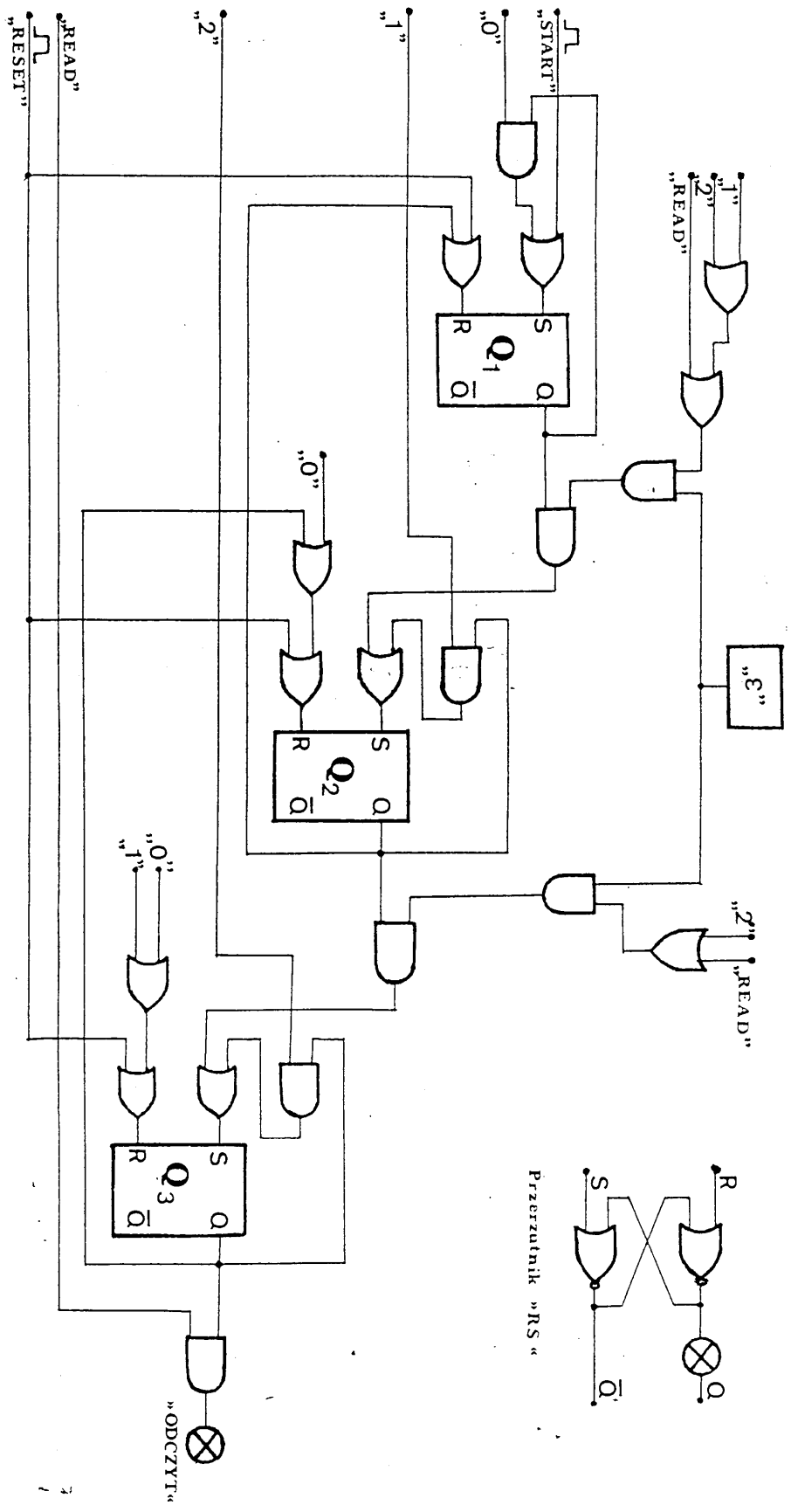
takiego automatu przedstawiony został na rys. 4 a na rysunkach 5 i 6 przedstawione zostały dwa możliwe warianty wykonawcze tego automatu jako układu sekwencyjnego akceptującego słowa ze zbioru zadanego wyrażeniem regularnym  $0^M 1^M 2^M$ .

Zadaniem studentów jest zmontować układ sekwencyjny zgodnie ze schematem z rys. 5 lub 6 i zbadać zachowanie się badanego automatu przy podaniu na jego wejście określonych słów ze zbioru słów akceptowanych i ze zbioru słów nieakceptowanych. W sprawozdaniu z ćwiczenia <sup>opisać</sup> działanie tego typu automatu na podstawie schematu z rys. 4, zwróć uwagę w przypadku słów akceptowanych jak i nieakceptowanych przez ten automat.





Rys. 4. Schemat ideowy automatu niedeterministycznego z poszerzonymi "pustymi" E (Przykład)



Rys. 5. Schemat ideowy automatu niedeterministycznego z przesunięciami „pustymi” ε.

