

Zadanie projektowe nr 3

Implementacja i analiza efektywności algorytmów optymalnych o pseudowielomianowej złożoności obliczeniowej dla wybranych problemów kombinatorycznych

Należy zaimplementować oraz dokonać pomiaru czasu działania algorytmów dla następujących problemów kombinatorycznych:

- a) dyskretnego problemu plecakowego (w wersji optymalizacyjnej),
- b) asymetrycznego problemu komiwojażera (w wersji optymalizacyjnej).

1. Dyskretny problem plecakowy

Parametrami zadania są: skończony zbiór elementów $A = \{ a_1, a_2, \dots, a_n \}$, z których każdy ma określony rozmiar $s(a_i) > 0$ i wartość $w(a_i) > 0$ oraz pojemność plecaka $b > 0$. Rozwiązaniem jest podzbiór elementów $A' \subset A$, który maksymalizuje łączną wartość wybranych elementów ($\sum_{a_i \in A'} w(a_i)$) przy warunku nie przekroczenia dopuszczalnej pojemności plecaka ($\sum_{a_i \in A'} s(a_i) \leq b$). Należy przyjąć, że wszystkie parametry zadania są liczbami naturalnymi.

Dla tak zdefiniowanego problemu plecakowego należy opracować następujące algorytmy:

- przegląd zupełny,
- algorytm zachłanny (rozpatrzeć dwa warianty kryterium wyboru elementu: jego wartość $w(a_i)$ oraz stosunek jego wartości i rozmiaru $w(a_i)/s(a_i)$),
- algorytm oparty na programowaniu dynamicznym.

Podczas realizacji projektu należy przyjąć następujące założenia:

- używane struktury danych powinny być alokowane dynamicznie (w zależności od aktualnego rozmiaru problemu),
- program powinien umożliwić weryfikację poprawności działania poszczególnych algorytmów dla danych wczytanych z pliku tekstowego. Należy przyjąć następującą strukturę pliku: w pierwszej linii podana jest pojemność plecaka oraz liczba dostępnych przedmiotów, w kolejnych liniach rozmiar i wartość dla poszczególnych przedmiotów – w jednej linii dla jednego przedmiotu,
- po zaimplementowaniu i sprawdzeniu poprawności działania każdego z algorytmów należy dokonać pomiaru czasu działania algorytmów w zależności od liczby przedmiotów N oraz rozmiaru plecaka B . Badania należy wykonać dla 5 różnych (reprezentatywnych) liczb przedmiotów N . Dla każdej wartości N badania trzeba wykonać dla 3 różnych pojemności plecaka B (jest to szczególnie ważne dla algorytmu wykorzystującego programowanie dynamiczne),
- dla każdego zestawu: algorytm, liczba przedmiotów N i pojemność plecaka B należy wygenerować po 100 losowych instancji (w sprawozdaniu należy umieścić tylko wyniki uśrednione),

- przy generowaniu danych testowych należy zapewnić warunek, aby sumaryczny rozmiar przedmiotów był większy niż pojemność plecaka,
- przy badaniach algorytmu wykonującego przegląd zupełny określić wartość N , dla której algorytm wykonuje się w „rozsądnym” czasie (np. 10 minut),
- sposoby dokładnego pomiaru czasu w systemie Windows podano na stronie www:
http://staff.iar.pwr.wroc.pl/antoni.sterna/sdizo/SDiZO_time.pdf
- używanie okienek nie jest konieczne i nie wpływa na ocenę (wystarczy wersja konsolowa),
- do przechowywania i przetwarzania danych nie należy używać gotowych bibliotek np. STL (algorytmy i struktury danych muszą być zaimplementowane samodzielnie – oprócz pewnych wyjątków zapisanych przy sposobie oceniania),
- implementacja projektu powinna być wykonana w formie jednego programu,
- kod źródłowy powinien być komentowany.

2. Asymetryczny problem komiwojażera

Parametrami zadania są: skończony zbiór miast $C = \{ c_1, c_2, \dots, c_n \}$ oraz odległości d_{ij} z miasta c_i do miasta c_j (nie ma wymogu $d_{ij} = d_{ji}$). Należy określić kolejność odwiedzania wszystkich miast (ich permutację) $\langle c_{i[1]}, c_{i[2]}, \dots, c_{i[n]} \rangle$, aby sumaryczna trasa była jak najkrótsza $\sum_{j=1}^{n-1} d_{i[j], i[j+1]} + d_{i[n], i[1]}$ przy założeniu, że każde miasto zostało odwiedzone dokładnie jeden raz i nastąpił powrót do miasta początkowego. Przyjąć, że wszystkie parametry zadania są liczbami naturalnymi.

Dla tak zdefiniowanego problemu komiwojażera należy opracować następujące algorytmy:

- przegląd zupełny,
- algorytm zachłanny (jako kryterium wyboru kolejnego miasta przyjąć minimalną odległość od ostatnio odwiedzonego miasta),
- algorytm przeszukiwania lokalnego (w najprostszej wersji można zastosować algorytm 2-opt. Algorytm zaczyna od losowej permutacji miast i w kolejnych krokach próbuje ją ulepszyć. Dla danej permutacji należy rozpatrzyć wszystkie permutacje uzyskane na jej podstawie przez zamianę dwóch niesąsiadujących ze sobą krawędzi, tzw. zamiana dwukrawędziowa. Spośród wszystkich uzyskanych w ten sposób permutacji wybierana jest permutacja dająca najlepszą poprawę, staje się ona aktualnym rozwiązaniem. Algorytm jest kontynuowany dopóki możliwe jest uzyskanie lepszych rozwiązań. Szczegółowy opis algorytmu można znaleźć w literaturze np. [2]).

Podczas realizacji projektu należy przyjąć następujące założenia:

- używane struktury danych powinny być alokowane dynamicznie (w zależności od aktualnego rozmiaru problemu),
- do reprezentacji odległości między miastami należy użyć macierzy sąsiedztwa,
- program powinien umożliwić weryfikację poprawności działania poszczególnych algorytmów dla danych wczytanych z pliku tekstowego. Należy przyjąć następującą strukturę pliku: w pierwszej linii podana będzie liczba miast, w kolejnych liniach

odległości z danego miasta do wszystkich pozostałych miast, oddzielone białymi znakami – odległość z miasta do niego samego będzie równa 0. Przyjąć pierwsze miasto jako punkt początkowy i końcowy podróży,

- po zaimplementowaniu i sprawdzeniu poprawności działania każdego z algorytmów należy dokonać pomiaru czasu działania algorytmów w zależności od liczby miast N . Badania należy wykonać dla 5 różnych (reprezentatywnych) liczb miast N ,
- dla każdego zestawu: algorytm i liczba miast N należy wygenerować po 100 losowych instancji (w sprawozdaniu należy umieścić tylko wyniki uśrednione),
- przy badaniach algorytmu wykonującego przegląd zupełny przyjąć maksymalną wartość $N = 15$ (czas rzędu 30 min). Określić średni czas dla jednej permutacji i na tej podstawie przewidywany czas działania algorytmu dla $N = 20$,
- pozostałe założenia są identyczne jak dla problemu plecakowego.

Sprawozdanie powinno zawierać:

- krótki wstęp zawierający opis zastosowanych algorytmów i oszacowanie ich złożoności obliczeniowej na podstawie literatury,
- plan eksperymentu, czyli założenia co do wielkości struktur, sposobu generowania ich elementów, sposobu pomiaru czasu, itp.
- wyniki - należy przedstawić w tabelach oraz w formie wykresów dla każdego problemu osobno. Dla problemu plecakowego zamieścić dwa typy wykresów: ilustrujące zależność czasu wykonania algorytmu od liczby przedmiotów N (przy stałej pojemności plecaka B) oraz zależność czasu wykonania algorytmu od pojemności plecaka B (przy stałej liczbie przedmiotów),
- wnioski dotyczące otrzymanych wyników. Wskazać przyczyny rozbieżności (jeżeli występują) pomiędzy złożonościami teoretycznymi a uzyskanymi eksperymentalnie,
- załączony kod źródłowy w formie elektronicznej (cały projekt wraz z wersją skompilowaną programu).

Ocena projektu:

- 3.0 – po jednym algorytmie z każdego problemu (możliwość korzystania z biblioteki STL)
- 4.0 – po dwa algorytmy z każdego problemu (możliwość wykorzystania z biblioteki STL)
- 4.5 – po dwa algorytmy z każdego problemu (bez STL)
- 5.0 – po trzy algorytmy z każdego problemu (bez STL, w wersji obiektowej)
- 5.5 – wymagania jak na ocenę 5.0 + realizacja algorytmu symulowanego wyzarzania lub algorytmu mrówkowego dla problemu komiwojażera

Literatura:

1. T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, Wprowadzenie do algorytmów, WNT, Warszawa, 1997
2. M. Sysło, N. Deo, J. S. Kowalik, Algorytmy optymalizacji dyskretnej z programami w języku Pascal, WNT, Warszawa 1999